ĐÀO HỮU HỒ

Xác suất thống kê

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

ĐÀO HỮU HỒ

XÁC SUẤT THỐNG KÊ

(In lần thứ 11)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LỜI NÓI ĐẦU

Bộ môn Xác suất – Thống kê, khoa Toán – Cơ – Tin học, trường Đại học Tổng hợp trước kia và nay là trường Đại học Khoa học Tự nhiên – Đại học Quốc gia Hà Nội đã nhiều năm tham gia giảng dạy giáo trình Lý thuyết Xác suất và Thống kê ứng dụng cho các đối tượng không thuộc chuyên ngành toán học, trong đó có sinh viên các hệ của khoa Kinh tế, khoa Sinh học, khoa Tâm lý – Xã hội học.., đặc biệt là các học viên cao học và nghiên cứu sinh của các ngành đó

Do quy mô đào tạo ngày càng mở rộng, để có một giáo trình thống nhất, chúng tôi đã biên soạn cuốn sách "**Xác suất Thống kê**" nhằm góp phần nâng cao hiệu quả của việc học tập và giảng dạy.

Nội dung của giáo trình được biên soạn vừa theo chương trình của ĐHQG vừa được mở rộng, nâng cao cho phù hợp với chương trình thi tuyển sau đại học môn Toán cao cấp của Bộ Giáo dục và Đào tạo cho các ngành Kinh tế – Nông – Lâm – Sinh – Y. Đồng thời giáo trình cũng tham khảo chương trình Xác suất thống kê của trường Đại học Nông nghiệp Wageningen – Hà Lan

Với thời gian từ 60 đến 75 tiết được phân bố cho cả phần xác suất và cả phần thống kê (25 – 30 tiết cho phần Lý thuyết Xác suất; 35 – 45 tiết cho phần Thống kê ứng dụng), giáo trình chỉ có thể đề cập đến các khái niệm cơ bản và các kết luận phổ quát của Lý thuyết Xác suất và Thống kê ứng dụng. Chúng tôi đã cố gắng diễn đạt các kết luận và các khái niệm dưới ngôn ngữ giản dị, thích hợp với độc giả chỉ được trang bị những kiến thức tối thiểu về Toán cao cấp Mặt khác, các thí du và bài tập minh hoạ đã được lựa chọn ít nhiều liên quan đến các bài toán thường gặp trong thực tế của các lĩnh vực Kinh tế, Nông nghiệp, Lâm nghiệp, Sinh học và Y học...

Giáo trình có thể sử dụng rông rãi cho các đối tượng là sinh viên thuộc các hệ của các ngành kể trên Giáo trình cũng là tài liệu tham khảo tốt cho giáo viên giảng dạy môn lý thuyết xác suất và thống kê của các trường đại học và cao đẳng.

Vì thời gian và khả năng có hạn. chắc chắn giáo trình khó tránh khỏi thiếu sót. Bộ môn Xác suất – Thống kê và Tác giả rất mong nhận được sự góp ý và lượng thứ của bạn đọc.

Hà Nội, ngày 27 tháng 9 năm 1996

PGS. PTS. Đào Hữu Hồ

Phần I

CƠ SỞ LÝ THUYẾT XÁC SUẤT

Chương I

KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ XÁC SUẤT

§ 1. GIẢI TÍCH TỔ HỢP

1. Hoán vị:

Giả sử có n phần tử được xếp ở n vị trí. Ta đổi chỗ các phần tử cho nhau. Số cách đổi chỗ của n phần tử cho nhau được gọi là số hoán vị của n phần tử. Số cách ấy được chứng minh bằng

$$n! = n(n-1) \ldots 2.1$$

(tích của n thừa số nguyên bắt đầu từ n đến 1)

hay diễn đạt cách khác tương đương là: Ta có n phần tử và n vị trí. Xếp n phần tử vào n vị trí đã cho sao cho mỗi chỗ có một và chỉ một phần tử. Số cách xếp như vậy cũng chính là n!

Ta có:

$$n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2) \ldots (n-k+1)(n-k)!$$

Quy ước:

$$0! = 1$$

Ví dụ 1: Ta có 3 người A, B, C xếp vào 3 chỗ ngồi. Rõ ràng ta có: 3! = 3.2 = 6 cách xếp như sau: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

2. Tổ hợp:

Ta lấy ngẫu nhiên ra k phần tử từ tập gồm n phần tử ($k \leq n$), sao cho 2 cách lấy được gọi là khác nhau nếu giữa chúng có ít nhất một phần tử khác nhau. Số cách lấy ra k phần tử như vậy được gọi là tổ hợp chập k của n, ký hiệu là: C_n^k và được chứng minh bằng:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

Ta có: $C_n^k = C_n^{n-k}$

bởi vì: $$C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!(n-(n-k))!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_n^k$$

hoặc nói cách khác: *Một cách lấy ra k phần tử thì cũng chính là một cách lấy ra n − k phần tử còn lại.*

Rõ ràng: $C_n^0 = C_n^n = 1 \qquad C_n^1 = C_n^{n-1} = n$

Trong các tài liệu có thể có các cách ký hiệu khác nhau sau về C_n^k chẳng hạn ${}_nC_k$, $\binom{k}{n}$.

Ví dụ 2: Chọn ngẫu nhiên ra 2 người từ một nhóm 3 người A, B, C.

Ta có : $C_3^2 = \frac{3!}{2!1!} = 3$ cách chọn như sau: AB, AC, BC

3. Chỉnh hợp:

Ta lấy ngẫu nhiên ra k phần tử từ 1 tập gồm n phần tử sao cho 2 cách lấy được gọi là khác nhau nếu giữa chúng hoặc có ít nhất một phần tử khác nhau, hoặc thứ tự lấy ra của các phần tử là khác nhau. Số cách lấy ra k phần tử như vậy được gọi là chỉnh hợp chập k của n, ký hiệu là A_n^k và được xác định bởi công thức sau:

$$A_n^k = n(n-1)\ldots(n-k+1)$$

(tích của k thừa số nguyên liên tiếp, số lớn nhất là n)

Ví du 3: Chọn ngẫu nhiên 2 người từ một nhóm 3 người A, B, C để đi làm một nhiệm vụ nào đó. Ai được chọn đầu tiên sẽ được làm nhóm trưởng của nhóm ấy.

Từ ví du 2 ta sẽ có 3 cách chọn: AB, AC, BC. Bây giờ ta lại thêm được 3 cách chọn nữa: BA, CA, CB. Như vậy ta có 6 cách chọn có thể.

Theo công thức:

$$A_3^2 = 3 \cdot 2 = 6$$

Nhận xét: Với một cách chọn theo nghĩa tổ hợp, ta có k! cách đổi chỗ cho nhau của k phần tử được chọn. Tuy nhiên k! cách này đối với nghĩa tổ hợp thì vẫn chỉ là 1 cách chọn, nhưng theo nghĩa của chỉnh hợp thì lại có k! cách. Vậy

$$A_n^k = C_n^k \cdot k! = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot k! = n(n-1)\ldots(n-k+1)$$

Cũng có các cách ký hiệu khác của chỉnh hợp, chẳng hạn như ${}_nP_k$.

Ngoài 3 khái niệm vừa giới thiệu trên còn có một số cách chọn khác, nhưng đơn giản, chẳng hạn lấy ra từng phần tử một k lần, lấy có hoàn trả lại và không hoàn trả lại.

Đối với các bạn đọc lần đầu tiếp xúc với môn học này thường hay lúng túng trong việc xác định xem trường hợp đang xét thuộc vào cách chọn nào. Để giúp bạn đọc nhanh chóng nắm được vấn đề chúng tôi xin dừng lại làm một số nhận xét sau:

a. Khái niệm hoán vị tương đối khác biệt với khái niệm lấy ra k phần tử từ n phần tử, do đó ta gạt khái niệm hoán vị sang một bên và chỉ xét các cách lấy ra k phần tử từ tập n phần tử.